

Übungsaufgabe

Bestimme von $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 12$

- y-Wert für $x=2$ und $x=4$
- Symmetrieeigenschaft
- Extrem-, Wende- + Sattelpunkte
- Fertige eine Freihandskizze an unter Verwendung der Ergebnisse aus a)-c)
- Wertetabelle zur genaueren Zeichnung.
(keine Nullstellen bei $f(x)$)

$$f(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 12$$

$$f(2) = 3,33 \quad f(4) = -9,33 \quad \text{unsymmetrisch}$$

$$\text{Ableitungen } f'(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2 - 4x$$

$$\text{HP/TP/SP: notw. Bed. } f'(x) = 0$$

$$f''(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x - 4$$

$$\frac{1}{2}x^3 - x^2 - 4x = 0$$

$$f'''(x) = 3x - 2$$

$$x \left(\frac{1}{2}x^2 - x - 4 \right) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0 \quad | : \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \quad | p = -2 \quad q = -8$$

$$x_{2/3} = 1 \pm \sqrt{1+8} = 1 \pm \sqrt{9} = 1 \pm 3$$

$$x_2 = -2 \quad x_3 = 4$$

Prüfung HP/TP/SP: Einsetzen in $f''(x)$

y-Werte: Einsetzen in $f(x)$

$$x_1: f''(0) = \frac{3}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 - 4 = -4 < 0 \Rightarrow \text{HP}$$

$$x_1: f(0) = 0 \quad H(0|0)$$

$$f''(2) = \frac{3}{2}(-2)^2 - 2 \cdot (-2) - 4 = 6 > 0 \Rightarrow \text{TP}$$

$$x_2: f(-2) = 8,67 \quad T_1(-2|8,67)$$

$$f''(4) = \frac{3}{2}4^2 - 2 \cdot 4 - 4 = 12 > 0 \Rightarrow \text{TP}$$

$$x_3: f(4) = -9,33 \quad T_2(4|-9,33)$$

Wendepunkte: notw. Bed. $f'''(x) = 0$

$$\frac{3}{2}x^2 - 2x - 4 = 0 \quad | : \frac{3}{2}$$

$$x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3} = 0 \quad | p = -\frac{4}{3} \quad q = -\frac{8}{3}$$

$$x_{1/2} = \frac{2}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{8}{3}} \quad x_1 = 2,431 \quad x_2 = -1,097$$

Prüfung WP: Einsetzen in $f'''(x)$: $x_1: f'''(2,431) = 5,293 \neq 0$ $x_2: f'''(-1,097) = -5,293 \neq 0$

$$\text{y-Werte } x_1: f(2,431) = -0,24$$

$$W_1(2,431|-0,24)$$

$$x_2: f(-1,097) = 10,21$$

$$W_2(-1,097|10,21)$$

Übungsaufgabe Analysis BK2

In einem Belastungstest wird der Puls eines Patienten 23 Minuten lang gemessen. Dabei kann die Pulsfrequenz in Schlägen pro Minute angenähert werden durch die Funktion $f(x) = 0,027x^3 - 1,7x^2 + 25x + 71$. x stellt die Zeit in Minuten dar.

Löse die Aufgaben a) bis f) wenn nötig unter Beantwortung der Hilfsfragen H1 bis H7.

H1: Suche die Schlüsselwörter. Um welche Größen geht es?

H2: Was gibt $f(x)$ genau an?

H3: Wie finde ich zu einem x -Wert den dazugehörigen y -Wert?

H4: Was gibt $f'(x)$ an? Was bedeutet es, wenn $f'(x) < 0$, $f'(x) > 0$ oder $f'(x) = 0$ ist?

H5: Was suche ich, wenn ich $f'(x) = 0$ setze? x oder y -Werte?

H6: Wozu benötige ich bei Aufgabe b) den Wert von $f''(x)$?

H7: Wie ist $f''(x)$ beim Wendepunkt? Was ist das Besondere für den Wert von $f'(x)$ an dieser Stelle?

Nun die Aufgaben:

a) Wie hoch war der Puls zu Beginn der Belastungsprobe? Wie hoch war er nach 12 Minuten?

b) Wann hat der Puls den höchsten Wert erreicht und wie hoch war dieser Wert?

c) Zu welchem Zeitpunkt sank der Puls am schnellsten und wie groß war die Geschwindigkeit des Pulsabfalls in Schlägen pro Minute zu diesem Zeitpunkt?

d) Zeichne den Grafen für die 23 Minuten.

e) Wie groß war der durchschnittliche Pulsanstieg in den ersten sechs Minuten?

f) Der Ruhepuls des Patienten liegt bei 65 Schlägen pro Minute: Für welchen Zeitraum ist die Annäherung nur sinnvoll?